

HASONLÓSÁG – GYAKORLÁS A KISÉRETTSÉGRE

1. Az ABCD paralelogramma AB oldala 8 cm, AD oldala 6 cm, BD átlója 7 cm. Az AB oldal A-n túli meghosszabbításán felvettünk egy O pontot az A csúctól 2 cm távolságra! Számítsa ki, hogy mekkora szakaszokra osztja a BC oldalt az OD egyenes!

Megoldás:

Adatok:

- $AB = 8 \text{ cm}; \quad AD = 6 \text{ cm}; \quad BD = 7 \text{ cm}$
- $BC = AD = 6 \text{ cm}$ (a paralelogramma szemközti oldalai egyenlők)
- $BO = 2 \text{ cm}$ (az O pont a B-n túli meghosszabbításon van)
- $AO = AB + BO = 8 + 2 = 10 \text{ cm}$ (az O pont távolsága az A csúctól)

A megoldás menete:

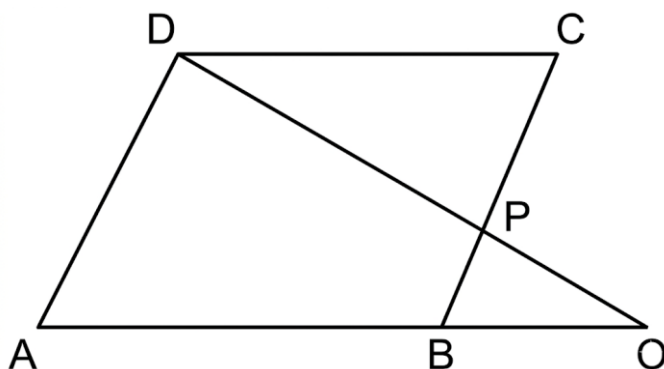
1. Hasonló háromszögek keresése:

Az OD egyenes metszi a BC oldalt egy P pontban. Mivel $AD \parallel BC$ (paralelogramma), ezért az **OPB**△ hasonló az **ODA**△-höz (szögeik egyenlők).

2. A hasonlósági arány felírása:

A megfelelő oldalak aránya megegyezik:

$$\frac{BP}{AD} = \frac{OB}{OA}$$



3. Behelyettesítés és számolás:

$$\frac{BP}{6} = \frac{2}{10}$$

$$BP = 6 \cdot 0,2 = 1,2 \text{ cm}$$

4. A BC oldal másik szakaszának kiszámítása:

Mivel $BC = 6$ cm, a P pont által vágott másik szakasz:

$$PC = BC - BP = 6 - 1,2 = 4,8 \text{ cm}$$

Válasz:

Az OD egyenes a BC oldalt egy **1,2** cm és egy **4,8** cm hosszúságú szakaszra osztja.

2. Egy trapéz alapjainak hossza 15 cm és 12 cm, szárainak hossza 6 cm és 8 cm. Számítsa ki a trapéz kiegészítő háromszögeinek oldalhosszait!

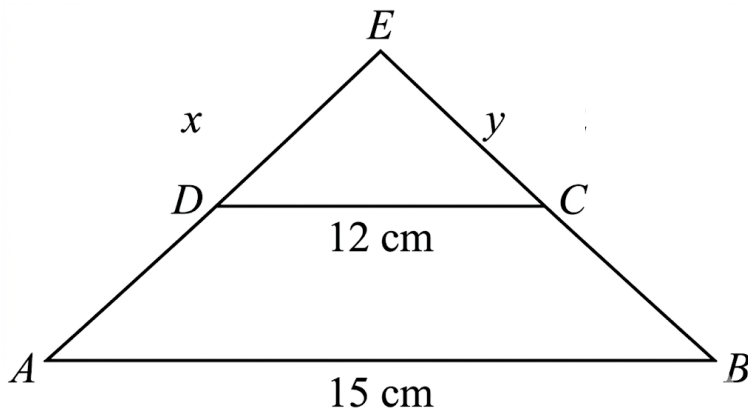
Megoldás:

Adatok:

- Alapok: $a = 15$ cm; $c = 12$ cm
- Szárak: $d = 6$ cm (a 15-ös alap bal szára); $b = 8$ cm (a jobb szára)
- Keresett oldalak: x és y (a kiegészítő háromszög szárai)

1. A hasonlóság elve:

A trapéz kiegészítő háromszöge és a trapéz alapjai által meghatározott nagyobb háromszög hasonlóak, mivel az alapok párhuzamosak.



2. Az x oldal kiszámítása (a 6 cm-es szár meghosszabbítása):

$$\frac{x}{x+6} = \frac{12}{15}$$

$$15x = 12(x+6)$$

$$15x = 12x + 72 \implies 3x = 72 \implies x = \mathbf{24} \text{ cm}$$

3. Az y oldal kiszámítása (a 8 cm-es szár meghosszabbítása):

$$\frac{y}{y+8} = \frac{12}{15}$$

$$15y = 12(y+8)$$

$$15y = 12y + 96 \implies 3y = 96 \implies y = \mathbf{32 \text{ cm}}$$

Válasz: A kiegészítő háromszög hiányzó oldalai 24 cm és 32 cm hosszúak.

3. Egy trapéz alapjainak hossza 2 cm és 3 cm. A kiegészítő háromszögének hiányzó oldalai 5 cm és 4 cm. Határozza meg a trapéz szárainak a hosszát!

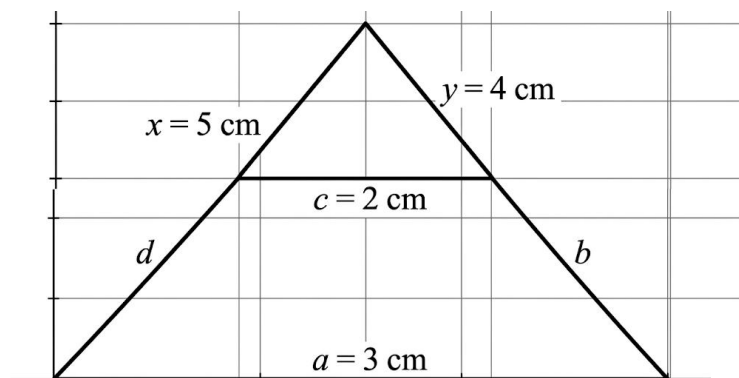
Megoldás:

Adatok:

- Alapok: $c = 2 \text{ cm}$; $a = 3 \text{ cm}$
- Kiegészítő háromszög oldalai: $x = 5 \text{ cm}$; $y = 4 \text{ cm}$

1. A szárak (d és b) kiszámítása a hasonlósági arányból:

A hasonlósági arány: $\lambda = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$



2. Az egyik szár (d) meghatározása:

$$\frac{5}{5+d} = \frac{2}{3} \implies 15 = 10 + 2d \implies 5 = 2d \implies d = \mathbf{2,5 \text{ cm}}$$

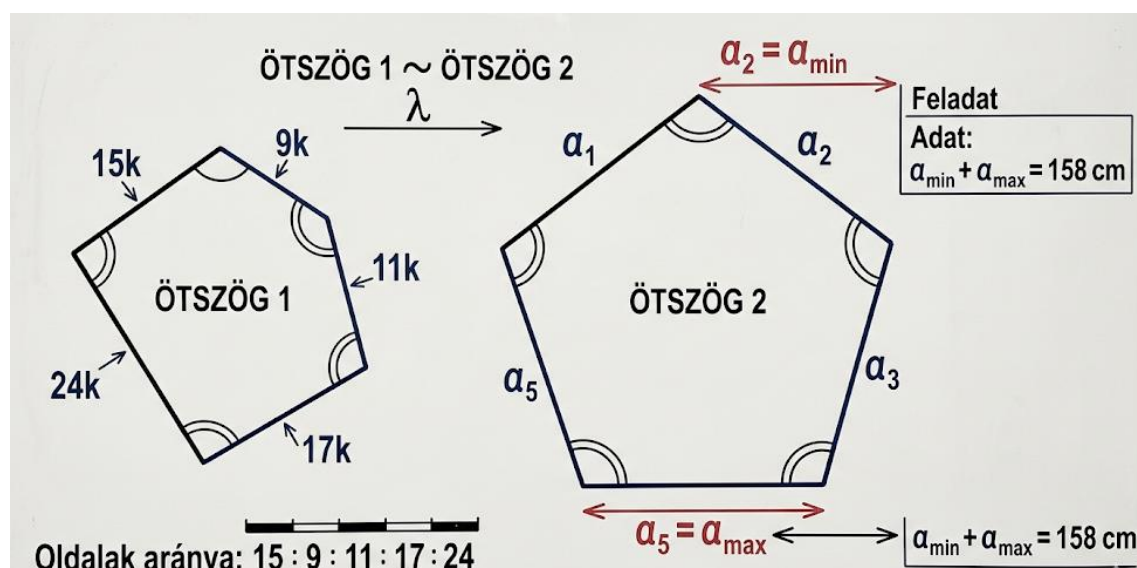
3. A másik szár (b) meghatározása:

$$\frac{4}{4+b} = \frac{2}{3} \implies 12 = 8 + 2b \implies 4 = 2b \implies b = \mathbf{2 \text{ cm}}$$

Válasz: A trapéz szárai 2,5 cm és 2 cm hosszúak.

4. Egy ötszög oldalainak aránya $15 : 9 : 11 : 17 : 24$. A hozzá hasonló ötszögben a legkisebb és legnagyobb oldal összege 158 cm. Mekkora ennek az ötszögnek az oldalai?

Megoldás:



Adatok:

- Oldalak aránya: $15 : 9 : 11 : 17 : 24$
- Új ötszög: $a_{\min} + a_{\max} = 158$ cm

1. Az oldalak kifejezése: $15k, 9k, 11k, 17k, 24k$

2. Az összefüggés felírása: $9k + 24k = 158$

$$33k = 158 \implies k = \frac{158}{33} \approx 4,7878$$

3. Az oldalak kiszámítása (kerekítve):

$$a_1 = 15 \cdot 4,7878 = 71,82 \text{ cm}; \quad a_2 = 43,09 \text{ cm}; \quad a_3 = 52,67 \text{ cm};$$

$$a_4 = 81,39 \text{ cm}; \quad a_5 = 114,91 \text{ cm}$$

5. Egy háromszög oldalainak hossza 7 cm, 12 cm és 15 cm. Egy hozzá hasonló háromszög kerülete 102 cm. Mekkora ezek a háromszögnek az oldalai?

Megoldás:

Adatok:

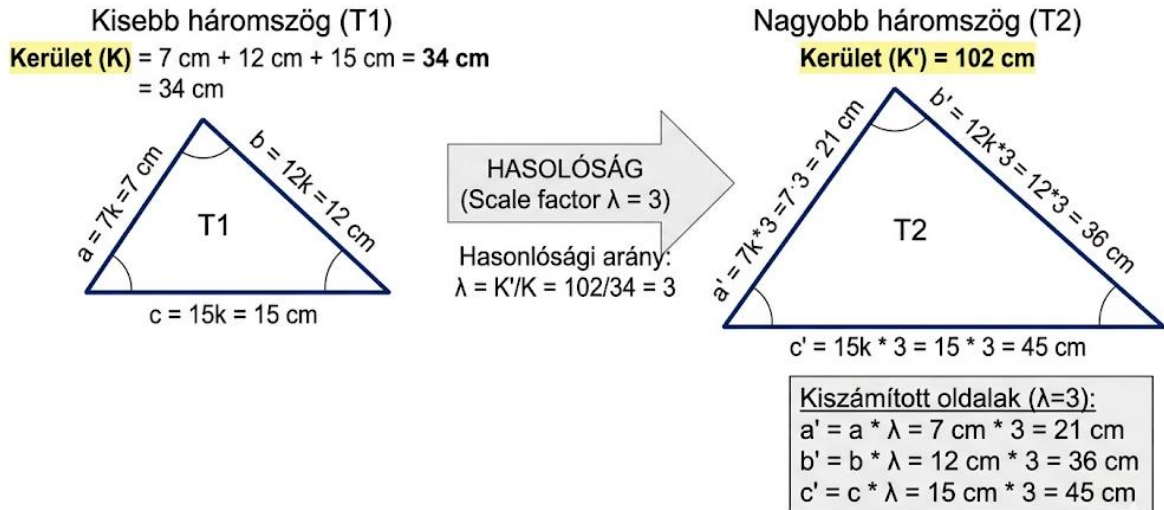
- $a = 7 \text{ cm}$; $b = 12 \text{ cm}$; $c = 15 \text{ cm}$
- $K' = 102 \text{ cm}$

1. Az eredeti kerület: $K = 7 + 12 + 15 = 34 \text{ cm}$

2. A hasonlósági arány: $\lambda = \frac{K'}{K} = \frac{102}{34} = 3$

3. Az új oldalak:

$$a' = 7 \cdot 3 = 21 \text{ cm}; \quad b' = 12 \cdot 3 = 36 \text{ cm}; \quad c' = 15 \cdot 3 = 45 \text{ cm}$$



6. Egy gyárkémény árnyéka 35,8 m. Ugyanakkor a merőlegesen, 10 cm mélyen földbe szúrt 2 m hosszú karónak az árnyéka 1,62 m. Határozza meg a gyárkémény magasságát!

Megoldás:

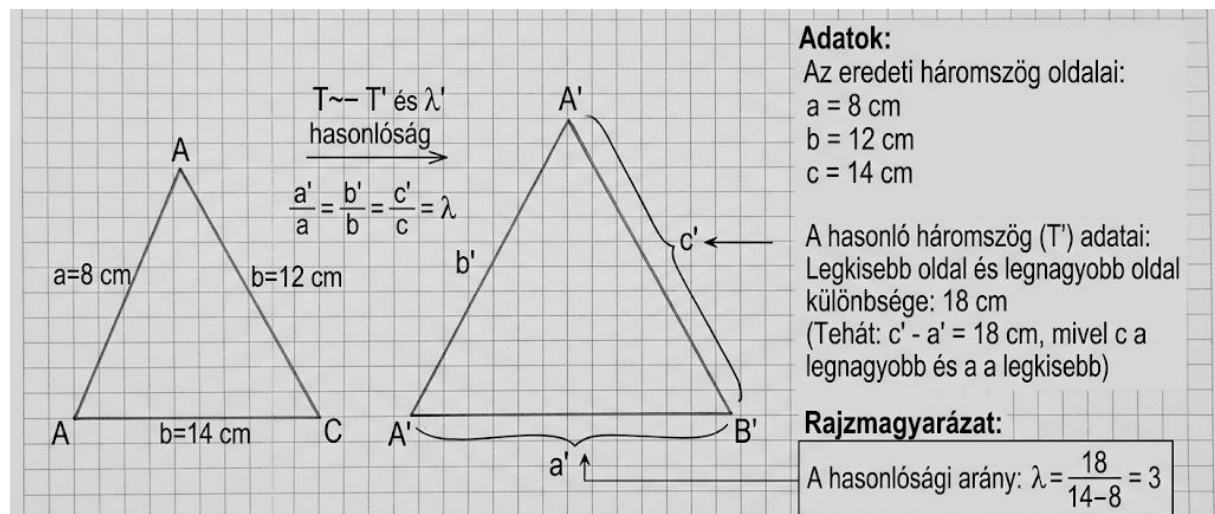
Adatok:

- Kémény árnyéka (s): 35,8 m
- Karó hossza (h): 2 m – 0,1 m (földben) = **1,9 m**
- Karó árnyéka (s'): 1,62 m

1. A hasonlóság felírása (azonos beesési szög): $\frac{H}{s} = \frac{h}{s'}$

$$H = \frac{1,9 \cdot 35,8}{1,62} \approx \mathbf{41,99 \text{ m}}$$

Válasz: A gyárkémény magassága kb. 42 méter.



7. Két hasonló sokszög leghosszabb oldala 35 mm, illetve 14 mm, területük különbsége 60 mm. Határozza meg a két sokszög területének hosszát!

Megoldás:

Adatok:

- $a_1 = 35 \text{ mm}$; $a_2 = 14 \text{ mm}$
- $K_1 - K_2 = 60 \text{ mm}$

1. Hasonlósági arány: $\lambda = \frac{35}{14} = \mathbf{2,5}$
2. Területek aránya: $\frac{K_1}{K_2} = 2,5 \implies K_1 = 2,5 \cdot K_2$
3. Behelyettesítés: $2,5K_2 - K_2 = 60 \implies 1,5K_2 = 60 \implies \mathbf{K_2 = 40 \text{ mm}}$
4. Másik terület: $K_1 = 40 + 60 = \mathbf{100 \text{ mm}}$